

# Úvodní slovo

Tato monografie je upravenou verzí mé disertační práce, kterou jsem sepsala v letech 2006 až 2014 v rámci doktorského studia na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v Praze a obhájila v lednu 2015. Pojednává o historii geometrických transformací od nejstarších dob až do počátku 20. století.

Na základě primárních zdrojů dokumentuje první výskyt a následný vývoj jednotlivých geometrických transformací. Zaměřuje se zejména na následující typy transformací: shodnost, podobnost, geometrické pohyby, osová afinita, stejnolehlost, kruhová inverze, promítání, stereografická projekce, afinní transformace, projektivní transformace a Cremonovy transformace. Přibližuje vybrané významné okamžiky v historii geometrie, kdy se v souvislosti s transformacemi objevily nové myšlenky. Na pozadí světového vývoje sleduje rovněž reakce na tyto nové myšlenky a vliv na studovanou problematiku v našich zemích. Na několika místech jsou navíc stručně komentovány vybrané partie českých učebnic geometrie, v nichž se poprvé projevil nový přístup k některým tématům.

Práce je svým přístupem ke studované problematice původní, přináší sjednocující pohled na historii geometrických transformací a popisuje složitou cestu, kterou transformace během svého historického vývoje prošly. Je třeba mít na paměti, že samotný pojem *transformace* se během staletí postupně vyvíjel a do jisté míry proměňoval, symbolickému zápisu předcházely výhradně slovní formulace, často trvalo několik desetiletí nebo i staletí, než se ustálila jednotná terminologie. Pro snadnější čtenářovu orientaci v dané problematice jsou v práci zařazeny pasáže, které umožňují začlenit nové výsledky do historických i odborných souvislostí. Obsaženy jsou rovněž stručné biografie předních matematických osobností, které přispěly k rozvoji teorie geometrických transformací. Odborné geometrické pojmy jsou průběžně vysvětlovány v poznámkách pod čarou.

\* \* \*

Historie geometrických transformací je velmi bohatá. Sahá patrně až do doby před 2 500 lety, kdy lze v dochovaných materiálech vystopovat jejich první náznaky. Jednotlivé typy transformací byly často objevovány v souvislosti s řešením různých praktických úloh a byly využívány nejen v geometrii, ale ve velké míře i v dalších oborech lidské činnosti. Příkladem je užití perspektivy v malířství, promítání ve stavitelství a astronomii nebo stereografické projekce při konstrukci map v kartografii.

Geometrické transformace byly zpočátku chápány pouze jako vztah mezi rovinými nebo prostorovými útvary. Teprve kolem 18. století se v souvislosti s transformacemi začal uvažovat i vlastní proces zobrazování a geometrické transformace se staly předmětem studia celé řady významných matematiků. V té době začaly být postupně sepisovány souhrnnější práce věnované jednotlivým typům transformací, a tím byly položeny základy obecné teorie, k nimž tehdy přispěla řada matematiků z různých zemí světa.

Velký zájem o tuto problematiku v 18. a 19. století souvisel s tehdejší obecným trendem v matematice, jímž byla jednak snaha o systematizaci dosavadních poznatků, jednak touha po zobecnování již dosažených výsledků (do vyšších dimenzí, pro složitější objekty apod.). Tento jev se nevyhnul ani geometrii, v níž se od lineárních transformací rychle přešlo k transformacím vyšších stupňů, od bodových transformací k transformacím spojitým nebo nejednoznačným, kdy jednomu bodu mohou být přiřazeny dva nebo dokonce nekonečně mnoho bodů.

Prudký rozvoj matematiky vnesl do geometrie další podněty k systematickému zkoumání, zejména křivky a plochy, jejichž studium položilo základy nových odvětví geometrie, např. geometrie algebraické, projektivní a diferenciální. Proces specializace a tříštění geometrie byl završen objevem neeukleidovské geometrie. Nové geometrické metody pozměnily a obohatily naše chápání geometrického prostoru a nastartovaly proces geometrizační, jenž zásadním způsobem ovlivnil nejen matematiku, ale i moderní fyziku a naše vnímání jejich vzájemného vztahu.

V 19. století se začala zkoumat možnost klasifikace všech známých typů transformací, a tím i jednotlivých geometrií. První zásadní krok v tomto směru učinil August Ferdinand Möbius v *Barycentrickém počtu*. Pouze nedostatek formálního, algebraického aparátu mu neumožnil uskutečnit zamýšlené pojetí klasifikace různých geometrií. K němu dospěl až Felix Klein v *Erlangenském programu*. Využil nejnovější poznatky teorie grup a teorie invariantů a aplikoval je na geometrii. Pracoval s grupami transformací, které zachovávaly geometrické vlastnosti útvarů a umožňovaly zformulovat jednotnou definici různých typů geometrií. Na základě uspořádání grup geometrických transformací poté dospěl i k uspořádání odpovídajících geometrií.

Koncem 19. a na počátku 20. století se pozornost matematiků soustředila na zkoumání logických základů a vlastní struktury matematiky jako vědního oboru. V geometrii se od názorných důkazů využívajících syntetickou geometrii přešlo k formálnímu systému axiomů, z nichž bylo možno všechna tvrzení elementární geometrie logicky odvodit.

\* \* \*

Tato monografie kromě úvodního slova obsahuje šest kapitol, krátké závěrečné zamyšlení a anglické resumé. V závěru je uveden seznam použité literatury a připojen jmenný a věcný rejstřík.

První kapitola připomíná vybrané významné okamžiky z historie geometrie, kdy se v souvislosti s transformacemi poprvé objevily některé nové myšlenky. Pozornost se soustředila na následující typy transformací: *shodnost*, *podobnost*, *pohyby*, *osová afinita*, *stejnolehlost*, *kruhová inverze*, *promítání*, *stereografická projekce*, *afinní* a *projektivní transformace*. Výčet pravděpodobně není úplný, neboť se některé informace nedochovaly, nebo se velmi obtížně dohledávají. Navíc není snadné, a někdy ani není možné, přesně označit okamžik objevu a autora nové myšlenky. Vývoj některých pojmů obsáhl několik staletí, měnila se terminologie a symbolika, postupně se objevovaly nové a hlubší souvislosti.

Druhá kapitola pojednává o *Barycentrickém počtu* (1827). August Ferdinand Möbius (1790–1868) v něm poprvé představil tzv. barycentrické (homogenní) souřadnice, které umožnily nový přístup ke geometrickým transformacím. S jejich pomocí lze do transformace zahrnout i nekonečně vzdálené body v projektivní rovině a uvažovat imaginární prvky. V *Barycentrickém počtu* je rovněž poprvé obsažena algebraická charakteristika geometrických příbuzností.

Třetí kapitola rozebírá jako příklad složitějších geometrických transformací *Cremonovy (biracionální) transformace*. Jejich objev v letech 1863 až 1865 souvisel se studiem algebraických křivek a byl motivován přirozeným požadavkem složitější křivky nejprve vhodně transformovat s cílem zjednodušit jejich popis. Cremonovy transformace se brzy z pomocného nástroje proměnily v samostatný objekt matematického zkoumání a podnítily rozvoj nové ucelené oblasti algebraické geometrie. Tato problematika našla odezvu i v českých zemích, zejména v pracích Emila Weyra (1848–1894) a Bohumila Bydžovského (1880–1969).

Čtvrtá kapitola je věnována *Erlangenskému programu* (1872), jenž představuje významný mezník ve vývoji geometrie 19. století, neboť na dlouhou dobu zásadně ovlivnil zaměření a další rozvoj matematiky. Felix Klein (1849–1925) v něm charakterizoval každou geometrii pomocí grupy geometrických transformací, které zachovávají základní vlastnosti dané geometrie. Tento přístup mu navíc umožnil jednotlivé geometrie logicky uspořádat. S ohledem na zařazení nových myšlenek do dobového i odborného kontextu je v rámci této kapitoly podán stručný přehled vývoje teorie grup a historie geometrie až do vzniku Erlangenského programu.

Pátá kapitola popisuje Kleinovy snahy o reformu matematického vzdělávání, které vyvrcholily *Meranským programem* (1905). Jedním z jeho požadavků na obsahové změny učiva bylo začlenění grup geometrických transformací do středoškolské výuky. Toto evropské reformní hnutí mělo dopad i na situaci v českých zemích. Byly zde sepsány nové učebnice, které měly reflektovat doporučené obsahové i metodické požadavky na výuku. V rámci páté kapitoly jsou podrobně rozebrány učebnice Bohumila Bydžovského a Jana Vojtěcha (1879–1953), které podstatným způsobem na více než tři desetiletí ovlivnily výuku matematiky na českých středních školách. Naše hlavní pozornost se přirozeně zaměřila na geometrické transformace.

Šestá kapitola přibližuje *axiomatické základy geometrie*. První myšlenky moderního přístupu k základům geometrie zformuloval Moritz Pasch (1843–1930) a poté systematicky rozvinul David Hilbert (1862–1943). Ve svém stěžejním díle *Grundlagen der Geometrie* (1899) představil první úplný systém axiomů eukleidovské geometrie, včetně axiomů shodnosti, z nichž bylo možno všechna tvrzení formálně odvodit. V dalším článku navíc poprvé obecně definoval pohyb v geometrii jako vzájemně jednoznačnou spojitou transformaci roviny. Hilbertův axiomatický systém oprávněně přitahoval pozornost světových i českých matematiků ještě v polovině 20. století.

V závěru monografie je uveden seznam použité literatury. Sestává nejen z obecných přehledových knih a článků o historii geometrie a dalších tematicky zaměřených prací, ale především z původních prací a jejich překladů. Při sepisování monografie byly využity originály volně dostupné v digitalizované podobě na internetu a dále materiály z následujících institucí: Knihovna Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze, Knihovna Matematického ústavu Akademie věd České republiky v Praze, Národní knihovna v Praze, Národní technická knihovna v Praze, Státní technická knihovna v Praze, Městská knihovna v Praze, Hauptbibliothek und Fachbibliothek für Mathematik der Technischen Universität in Wien a Universitätsbibliothek in Wien.

\* \* \*

Ráda bych na tomto místě poděkovala všem, kteří se mnou v uplynulých letech o geometrických transformacích a jejich historii diskutovali. Velké poděkování patří zejména mému školiteli, doc. RNDr. Jindřichu Bečvářovi, CSc., za odborné vedení v prvních letech doktorského studia, jeho profesionální rady, věcné připomínky a přátelské rozpravy o geometrii, z nichž vyplynula řada námětů využitelných v pozdější práci. Na výsledné podobě monografie má neocenitelné zásluhy doc. RNDr. Martina Bečvářová, Ph.D., jejíž vstřícný přístup, všestranná pomoc, neustálé povzbuzování a odborné rady mi byly velkou inspirací. Její zájem o studovanou problematiku mi kromě nových podnětů dodal tolik potřebnou energii k přepracování a dokončení celé práce.

Dále děkuji oběma oponentům mé disertační práce, doc. RNDr. Zdeňku Boháčovi, CSc., z Katedry matematiky a deskriptivní geometrie Vysoké školy báňské Technické univerzity v Ostravě, a doc. RNDr. Petru Sombergovi, Ph.D., z Matematického ústavu Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Oba svými náměty a připomínkami přispěli k závěrečným úpravám monografie.

Zvláštní poděkování patří Mgr. Zdeňku Halasovi, DiS., Ph.D., za konzultace Archimédova díla a za technickou pomoc při přípravě monografie k tisku, a Mgr. Ing. Jiřímu Hudečkovi, Ph.D., za korekturu anglického resumé.

*Dana Trková*