

Cvičení 8 – Testy dvou veličin

Příklad 1

O množství určitého stopového prvku v krvi je známo, že se u mužů mění se směrodatnou odchylkou $\sigma_1 = 14,1$ a u žen je to $\sigma_2 = 9,5$. Odebrali jsme krev 75 mužům a 50 ženám a zjistili jsme, že průměrný obsah prvku v krvi u mužů je 28 a u žen je to 33. Na hladině významnosti 0.05 za předpokladu normality testujte hypotézu, že průměry koncentrací prvku jsou stejné pro muže i pro ženy.

Řešení:

- Předpoklad normality - jsme v normálních testech.
- 2 výběry a známé souborové rozptyly – to je z-test-2.
- $H_0: \mu_{muži} = \mu_{ženy}$
- $H_A: \mu_{muži} \neq \mu_{ženy}$ – oboustranný test

```
ph=z_test_2(28,14.1^2,75,33,9.5^2,50,'o',0.05) //0.0178515 -- zamítame
```

Příklad 2

Předpokládejme, že obsah nikotinu v cigaretách má normální rozdělení. Tabáková firma TAB prohlašuje, že jejich cigarety mají nižší obsah nikotinu než cigarety NIK. Pro ověření tohoto prohlášení bylo náhodně vybráno z produkce TAB 20 krabiček cigaret (po 20 kusech) a v nich bylo zjištěno průměrně 42,6 mg nikotinu (v jedné cigaretě). Výběrová směrodatná odchylka obsahu nikotinu v testovaných cigaretách TAB byla 3,7 mg. Ve 25 krabičkách (po 20 kusech) cigaret NIK bylo zjištěno průměrně 43,9 mg nikotinu na cigaretu. Výběrová směrodatná odchylka obsahu nikotinu v testovaných cigaretách NIK byla 4,3 mg. Ověřte tvrzení firmy TAB na hladině významnosti 95%.

Řešení:

- Předpoklad normality - jsme v normálních testech.
- 2 nezávislé výběry – různý počet.
- Výběrová směrodatná odchylka – to je t-test-2n
- $H_0: \mu_{TAB} = \mu_{NIK}$ nebo menší $\mu_{TAB} < \mu_{NIK}$
- $H_A: \mu_{TAB} > \mu_{NIK}$ – pravostranný test

```
ph=t_test_2n(42.6,3.7^2,20,43.9,4.3^2,25,'p',0.05)// 0.8589695 -nezamítame
```

Příklad 3

Předpokládejme, že ojetí předních pneumatik [mm] podléhá normálnímu rozdělení. U 6 aut bylo zjištěno ojetí předních pneumatik (viz tabulka).

Pravá	1,8	1,0	2,2	0,9	1,5	1,6
Levá	1,5	1,1	2,0	1,1	1,4	1,4

Ojždí se levá a pravá pneumatika stejně?

Řešení:

- Předpoklad normality - jsme v normálních testech.
- 2 párové výběry – stejný počet – to je t-test-2p
- $H_0: \mu_{prava} = \mu_{leva}$
- $H_A: \mu_{prava} \neq \mu_{leva}$ – oboustranný test

```
prava=[1.8 1.0 2.2 0.9 1.5 1.6];
leva =[1.5 1.1 2.0 1.1 1.4 1.4];
pv = t_test_2p(prava,leva,'o',0.05) //0.341062 nezamitame
```

Příklad 4

Máme 2 sportovní oddíly. Zajímá nás stabilita jejich výkonů ve skoku do dálky (tj stabilní výkon = s co nejmenší odchylkou). Trenér prvního oddílu tvrdí, že jeho oddíl podává spolehlivější výkony. Testujte toto tvrzení na hladině 0.05.

skoky na dálku 1.oddílu	189	182	192	185	191	190	187	188	188	186	187	186
skoky na dálku 2.oddílu	204	199	197	208	207	184	200	203	193			

Řešení:

- ověříme předpoklad normality

```
od1=[189 182 192 185 191 190 187 188 188 186 187 186];
od2=[204 199 197 208 207 184 200 203 193];
p1=shapiro(od1)//1 - normalni
p2=shapiro(od2)//1- normalni
```

- testujeme stabilitu, tj variabilitu výkonů oddílů – to je var-test-2
- $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ nebo menší $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$
- $H_A: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ – pravostranný test

```
ph_var = var_test_2(variance(od1),size(od1,2),variance(od2),size(od2,2),'p',0.05)//0.0042403 zamitame
```

Příklad 5

Máme dvě skupiny studentů. První (kontrolní), v níž jsou studenti vyučováni tradičními metodami, a druhá, v níž jsou studenti vyučováni experimentálními metodami. V následujících tabulkách je uvedeno bodové hodnocení vybraných studentů u zkoušky. Na hladině významnosti 0.05 testujte, zda výsledky studentů vyučovaných experimentálními metodami se liší oproti klasického vyučování

klasická výuka	63	53	64	15	52	59	67	20	56	54	56	63	78	9	8
experimentální výuka	10	67	64	59	82	70	68	26	73	57					

Řešení

- 2 nezávislé výběry, zkusíme test normality:

```
klasic=[63 53 64 15 52 59 67 20 56 54 56 63 78 9 8];
exper=[10 67 64 59 82 70 68 26 73 57];
pk=shapiro(klasic)//0 neni normalni
pk=shapiro(exper)//0 neni normalni
```

- Tedy to je Mann-Whitneyův test.
- H_0 : výsledky klasické a experimentální vyuky jsou stejné
- H_A : nejsou stejné

```
pv=mannwhit_test(klasic,exper) //0 - zamitame, 1- nezamitame
```

Příklad 6

Porovnáváme výkon sportovního týmu v hodu oštěpem před intenzivním tréninkem a po. Trenér tvrdí, že po tréninku se výkon zlepšil. Testujte toto tvrzení.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
před tréninkem	35	39	20	41	37	34	37	39	40	42	40	15
po tréninku	42	40	17	46	40	42	36	43	42	42	40	42

Řešení

- 2 párové výběry, zkusíme test normality:

```
pred=[35 39 20 41 37 34 37 39 40 42 40 15];  
po= [42 40 17 46 40 42 36 43 42 42 40 42];  
pp=shapiro(pred)// 0 - není normalní  
ppo=shapiro(po)// 0 - není normalní
```

- použijeme Wilcoxonův test
- H_0 : výkon před a po je stejný nebo výkon před tréninkem je horší
- H_A : výkon před tréninkem je lepší – pravostranný test

```
ptr = wilcoxon_test(pred,po,'p',0.05)//0.9857916 - nezamítáme
```

Příklady na samostatnou práci

Příklad 7

Testovali jsme sluch u 12 náhodně vybraných osob a zapisovali jsme si, kolik slov slyšeli. Počet slov slyšených pro levé či pravé ucho je uveden v tabulce

osoba č.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
levé ucho	25	29	10	31	27	24	27	29	30	32	20	5
pravé ucho	32	30	7	36	20	32	26	33	32	32	30	32

Na hladině významnosti 0,05 otestujte tvrzení, že v průměru na pravé ucho slyšeli lépe.

[$p_h=0.962$]

Příklad 8

Náhodně jsme si nechali několikrát dovézt pizzu u Pizzerie A a u Pizzerie B a výsledné časy zaznamenali do tabulky:

pizzeria A (min)	20,4	24,2	15,4	21,4	20,2	18,5	21,5
pizzeria B (min)	20,2	16,9	18,5	17,3	20,5		

1. Na hladině významnosti 0,05 testujte tvrzení, že pizzeria A přiveze pizzu v průměru rychleji než pizzeria B.
2. Na hladině významnosti 0,05 testujte tvrzení majitele A, že spolehlivost rychlého dodání pizzy u pizzerie A je vyšší než u pizzerie B.

[$p_{val}=0.125$, $p_{val}=0.169$]

Příklady částečně pochází z M. Litschmannová, Úvod do statistiky (interaktivní učební text) - Řešené příklady, Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava Západočeská univerzita v Plzni